

অষ্টম শ্রেণির গণিত অনুশীলনী ৪.৪ – সম্পূর্ণ সমাধান

ক. বহুনির্বাচনী প্রশ্ন

১. $(3x - 5)(5 + 3x)$ কে দুটি রাশির বর্গের অন্তরূপে প্রকাশ করলে সঠিক রূপ নির্ণয় কর।

সমাধান:

$$\begin{aligned}(3x - 5)(5 + 3x) \\&= (3x - 5)(3x + 5) \\&= (3x)^2 - 5^2 \quad [\text{সূত্র } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)] \\&= 9x^2 - 25\end{aligned}$$

সঠিক উত্তর: ঘ) $9x^2 - 25$

২. $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$ হলে $x + \frac{1}{x}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান:

$$x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$$

উভয় পক্ষকে x দ্বারা ভাগ করি।

$$\text{বা, } \frac{x^2}{x} - \frac{\sqrt{3}x}{x} + \frac{1}{x} = \frac{0}{x}$$

$$\text{বা, } x - \sqrt{3} + \frac{1}{x} = 0$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

সঠিক উত্তর: ঘ) $\sqrt{3}$

৩. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান:

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } (x + \frac{1}{x})^2 = (\sqrt{3})^2$$

বা, $x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 3$ [সূত্র $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$]

বা, $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 3$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3 - 2$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$

সঠিক উত্তর: ক) 1

৪. $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান:

দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

তাহলে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$ [সূত্র, $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$]

$= (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3}$ [$x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ বসিয়ে]

$= 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$

$= 0$

সঠিক উত্তর: ঘ) 0

৫. $x^2 - x - 30$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ কোনটি?

সমাধান:

$x^2 - x - 30$

$= x^2 - 6x + 5x - 30$ [মিডল টার্ম ব্রেক]

$= x(x - 6) + 5(x - 6)$ [কমন]

$= (x - 6)(x + 5)$ [কমন]

সঠিক উত্তর: খ) $(x + 5)(x - 6)$

৬. বীজগণিতের সূত্রাবলি সম্পর্কে i, ii ও iii যাচাই কর।

সমাধান:

i. $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$ — সঠিক। [সূত্র $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$]

ii. $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$ – সঠিক। [বইয়ের অনুসিদ্ধান্ত ৬]

iii. $x^3 + y^3 = (x + y)^3 + 3xy(x + y)$ – সঠিক নয়। [সূত্র, $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$]

সঠিক উত্তর: ক) i, ii

৭. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে

সমাধান:

(১) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \quad [\text{সূত্র, } (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab]$$

$$= 2^2 - 4 \quad [x + \frac{1}{x} = 2 \text{ বসিয়ে}]$$

$$= 4 - 4$$

$$= 0$$

সঠিক উত্তর: ক) 0

(২) $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \quad [\text{সূত্র, } a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)]$$

$$= 2^3 - 3 \times 2 \quad [x + \frac{1}{x} = 2 \text{ বসিয়ে}]$$

$$= 8 - 6$$

$$= 2$$

সঠিক উত্তর: খ) 2

(৩) $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান

$$\text{প্রথমে, } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \quad [\text{সূত্র, } a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab]$$

$$= 2^2 - 2 \quad [x + \frac{1}{x} = 2 \text{ বসিয়ে}]$$

$$= 2$$

$$\text{এখন, } x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$= 2^2 - 2 \quad [x^2 + \frac{1}{x^2} = 2 \text{ বসিয়ে}]$$

$$= 2$$

সঠিক উত্তর: ঘ) 2

খ. গ.সা.গু. নির্ণয় করো (৮-১৩)

$$\text{৮. } 36a^2b^2c^4d^5, 54a^3c^2d^4 \text{ এবং } 90a^4b^3c^2$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = 36a^2b^2c^4d^5$$

$$= 2.2.3.3.a.a.b.b.c.c.c.c.d.d.d.d.d$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 54a^3c^2d^4$$

$$= 2.3.3.3.a.a.a.c.c.d.d.d.d$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = 90a^4b^3c^2$$

$$= 2.3.3.5.a.a.a.a.b.b.b.c.c$$

$$\text{অতএব গ.সা.গু.} = 2.3.3.a.a.c.c$$

$$= 18a^2c^2$$

$$\text{৯. } 20x^3y^2a^3b^4, 15x^4y^3a^4b^3 \text{ এবং } 35x^2y^4a^3b^2$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = 20x^3y^2a^3b^4$$

$$= 2.2.5.x.x.x.y.y.a.a.a.b.b.b.b$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 15x^4y^3a^4b^3$$

$$= 3.5.x.x.x.x.y.y.y.a.a.a.a.b.b.b$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = 35x^2y^4a^3b^2$$

$$= 5.7.x.x.y.y.y.y.a.a.a.b.b$$

$$\text{অতএব গ.সা.গু.} = 5.x.x.y.y.a.a.a.b.b = 5x^2y^2a^3b^2$$

১০. $x^2 - 3x, x^2 - 9$ এবং $x^2 - 4x + 3$

সমাধানঃ

প্রথম রাশি = $x^2 - 3x$

= $x(x - 3)$ [কমন]

দ্বিতীয় রাশি = $x^2 - 9$

= $x^2 - 3^2$

= $(x + 3)(x - 3)$ [সূত্র $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$]

তৃতীয় রাশি = $x^2 - 4x + 3$

= $x^2 - 3x - x + 3$ [মিডল টার্ম ব্রেক]

= $x(x - 3) - 1(x - 3)$ [কমন]

= $(x - 3)(x - 1)$ [কমন]

অতএব গ.সা.গু. = $x - 3$

১১. $18(x + y)^3, 24(x + y)^2$ এবং $32(x^2 - y^2)$

সমাধানঃ

প্রথম রাশি = $18(x + y)^3$,

= $2.3.3.(x + y)(x + y)(x + y)$

দ্বিতীয় রাশি = $24(x + y)^2$

= $2.2.2.3(x + y)(x + y)$

তৃতীয় রাশি = $32(x^2 - y^2)$

= $2.2.2.2.2(x + y)(x - y)$ [সূত্র $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$]

অতএব গ.সা.গু. = $2(x + y)$

১২. $a^2b(a^3 - b^3), a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4)$ এবং $a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4$

সমাধানঃ

প্রথম রাশি = $a^2b(a^3 - b^3)$

$$= a.a.b(a-b)(a^2+ab+b^2) \quad [\text{সূত্র } a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)]$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = a^2b^2(a^4+a^2b^2+b^4)$$

$$= a.a.b.b(a^4+2a^2b^2+b^4-a^2b^2)$$

$$= a.a.b.b\{(a^2)^2+2.a^2.b^2+(b^2)^2-a^2b^2\}$$

$$= a.a.b.b\{(a^2+b^2)^2-(ab)^2\} \quad [\text{সূত্র } (a+b)^2 = a^2+2ab+b^2]$$

$$= a.a.b.b(a^2+b^2+ab)(a^2+b^2-ab) \quad [\text{সূত্র } a^2-b^2 = (a+b)(a-b)]$$

$$= a.a.b.b(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = a^3b^2+a^2b^3+ab^4$$

$$= ab^2(a^2+ab+b^2) \quad [\text{কমন}]$$

$$= a.b.b(a^2+ab+b^2)$$

$$\text{অতএব গ.সা.গু.} = ab(a^2+ab+b^2)$$

$$১৩. a^3-3a^2-10a, a^3+6a^2+8a \text{ এবং } a^4-5a^3-14a^2$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = a^3-3a^2-10a$$

$$= a(a^2-3a-10) \quad [\text{কমন}]$$

$$= a(a^2-5a+2a-10) \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= a\{a(a-5)+2(a-5)\} \quad [\text{কমন}]$$

$$= a(a-5)(a+2) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = a^3+6a^2+8a$$

$$= a(a^2+6a+8) \quad [\text{কমন}]$$

$$= a(a^2+4a+2a+8) \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= a\{a(a+4)+2(a+4)\} \quad [\text{কমন}]$$

$$= a(a+4)(a+2) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = a^4 - 5a^3 - 14a^2$$

$$= a^2(a^2 - 5a - 14) \quad [\text{কমন}]$$

$$= a^2(a^2 - 7a + 2a - 14) \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= a^2\{a(a - 7) + 2(a - 7)\} \quad [\text{কমন}]$$

$$= a \cdot a(a - 7)(a + 2) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{অতএব গ.সা.গু.} = a(a + 2)$$

গ. ল.সা.গু. নির্ণয় করো (১৪-১৯)

$$\text{১৪. } a^5b^2c, ab^3c^2 \text{ এবং } a^7b^4c^3$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = a^5b^2c$$

$$= a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot c$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = ab^3c^2$$

$$= a \cdot b \cdot b \cdot b \cdot c \cdot c$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = a^7b^4c^3$$

$$= a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot c \cdot c \cdot c$$

$$\text{অতএব ল.সা.গু.} = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot c \cdot c \cdot c$$

$$= a^7b^4c^3$$

$$\text{১৫. } 5a^2b^3c^2, 10ab^2c^3 \text{ এবং } 15ab^4c$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = 5a^2b^3c^2$$

$$= 5 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b \cdot c \cdot c$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 10ab^2c^3$$

$$= 2 \cdot 5 \cdot a \cdot b \cdot b \cdot c \cdot c \cdot c$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = 15ab^3c$$

$$= 3.5.a.b.b.b.c$$

$$\text{অতএব ল.সা.গু.} = 2.3.5.a.a.b.b.b.c.c.c$$

$$= 30a^2b^3c^3$$

$$১৬. 3x^3y^2, 4xy^3z, 5x^4y^2z^2 \text{ এবং } 12xy^4z^2$$

সমাধানঃ

$$\text{প্রথম রাশি} = 3x^3y^2$$

$$= 3.x.x.x.y.y$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 4xy^3z$$

$$= 2.2.x.y.y.y.z$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = 5x^4y^2z^2$$

$$= 5.x.x.x.x.y.y.z.z$$

$$\text{চতুর্থ রাশি} = 12xy^4z^2$$

$$= 2.2.3.x.y.y.y.y.z.z$$

$$\text{অতএব ল.সা.গু.} = 2.2.3.5.x.x.x.x.y.y.y.y.z.z$$

$$= 60x^4y^4z^2$$

$$১৭. x^2 - 4, x^2 + 4x + 4 \text{ এবং } x^3 - 8$$

সমাধানঃ

$$\text{প্রথম রাশি} = x^2 - 4$$

$$= x^2 - 2^2$$

$$= (x + 2)(x - 2) \quad [\text{সূত্র } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)]$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = x^2 + 4x + 4$$

$$= x^2 + 2.x.2 + 2^2$$

$$= (x + 2)^2 \quad [\text{সূত্র } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2]$$

$$= (x + 2)(x + 2)$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = x^3 - 8$$

$$= x^3 - 2^3$$

$$= (x - 2)(x^2 + x \cdot 2 + 2^2) \quad [\text{সূত্র } a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)]$$

$$= (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$\text{অতএব ল.সা.গু.} = (x + 2)(x + 2)(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$= (x + 2)^2(x - 2)(x^2 + x \cdot 2 + 2^2)$$

$$= (x + 2)^2(x^3 - 2^3) \quad [\text{সূত্র } a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)]$$

$$= (x + 2)^2(x^3 - 8)$$

$$১৮. 6x^2 - x - 1, 3x^2 + 7x + 2 \text{ এবং } 2x^2 + 3x - 2$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = 6x^2 - x - 1$$

$$= 6x^2 - 3x + 2x - 1 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= 3x(2x - 1) + 1(2x - 1) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (2x - 1)(3x + 1) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 3x^2 + 7x + 2$$

$$= 3x^2 + 6x + x + 2 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= 3x(x + 2) + 1(x + 2) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (x + 2)(3x + 1) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = 2x^2 + 3x - 2$$

$$= 2x^2 + 4x - x - 2 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= 2x(x + 2) - 1(x + 2) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (x + 2)(2x - 1) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{অতএব ল.সা.গু.} = (x + 2)(2x - 1)(3x + 1)$$

$$১৯. a^3 + b^3, (a + b)^3, (a^2 - b^2)^2 \text{ এবং } (a^2 - ab + b^2)^2$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = a^3 + b^3$$

$$= (a + b)(a^2 - ab + b^2) \quad [\text{সূত্র } a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)]$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = (a + b)^3$$

$$= (a + b)(a + b)(a + b)$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = (a^2 - b^2)^2$$

$$= \{(a + b)(a - b)\}^2 \quad [\text{সূত্র } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)]$$

$$= (a + b)^2(a - b)^2$$

$$= (a + b)(a + b)(a - b)(a - b)$$

$$\text{চতুর্থ রাশি} = (a^2 - ab + b^2)^2$$

$$= (a^2 - ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\text{অতএব ল.সা.গু.} = (a + b)(a + b)(a + b)(a - b)(a - b)(a^2 - ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$$

$$= (a + b)^3(a - b)^2(a^2 - ab + b^2)^2$$

ঘ. প্রয়োগমূলক প্রশ্ন

২০. $3x - 5y + 3z$ এবং $3x + 5y - z$ দুটি বীজগাণিতিক রাশি।

সমাধানঃ

ক) ১ম রাশিটির বর্গ নির্ণয় কর।

$$(3x - 5y + 3z)^2$$

$$= (3x)^2 + (-5y)^2 + (3z)^2 + 2(3x)(-5y) + 2(-5y)(3z) + 2(3z)(3x)$$

$$[\text{সূত্র, } (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca]$$

$$= 9x^2 + 25y^2 + 9z^2 - 30xy - 30yz + 18xz$$

খ) রাশি দুটির গুণফলকে দুটি রাশির বর্গের অন্তরূপে প্রকাশ কর।

$$(3x - 5y + 3z)(3x + 5y - z)$$

$$\text{ধরি, } a = 3x - 5y + 3z, \text{ এবং } b = 3x + 5y - z$$

$$\text{আমরা জানি, } ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

$$\text{তাহলে, } (3x - 5y + 3z)(3x + 5y - z)$$

$$\begin{aligned}
&= \left\{ \frac{(3x-5y+3z)+(3x+5y-z)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(3x-5y+3z)-(3x+5y-z)}{2} \right\}^2 \\
&= \left(\frac{3x-5y+3z+3x+5y-z}{2} \right)^2 - \left(\frac{3x-5y+3z-3x-5y+z}{2} \right)^2 \\
&= \left(\frac{6x+2z}{2} \right)^2 - \left(\frac{4z-10y}{2} \right)^2 \\
&= \left\{ \frac{2(3x+z)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{2(2z-5y)}{2} \right\}^2 \quad [\text{কমন}] \\
&= (3x+z)^2 - (2z-5y)^2
\end{aligned}$$

গ) ২য় রাশিটির মান শূন্য হলে প্রমাণ কর যে, $27x^3 + 125y^3 + 45xyz = z^3$

$$3x + 5y - z = 0$$

$$\text{অতএব, } z = 3x + 5y$$

$$\begin{aligned}
\text{বামপক্ষ} &= 27x^3 + 125y^3 + 45xyz \\
&= (3x)^3 + (5y)^3 + 45xyz \\
&= (3x + 5y)^3 - 3 \cdot 3x \cdot 5y(3x + 5y) + 45xyz \\
&\quad [\text{সূত্র, } a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)] \\
&= z^3 - 3 \cdot 3x \cdot 5y \cdot z + 45xyz \quad [3x + 5y = z \text{ বসিয়ে }] \\
&= z^3 - 45xyz + 45xyz \\
&= z^3 \\
&= \text{ডানপক্ষ}
\end{aligned}$$

$$\text{অতএব, } 27x^3 + 125y^3 + 45xyz = z^3 \text{ (প্রমাণিত)}$$

ঙ. নমুনা প্রশ্ন – বহুনির্বাচনী

১. $-5 - y$ এর বর্গ নিচের কোনটি?

সমাধান:

$$\begin{aligned}
&(-5 - y)^2 \\
&= (-5)^2 - 2 \cdot (-5) \cdot y + y^2 \\
&= y^2 + 10y + 25
\end{aligned}$$

সঠিক উত্তর: ক) $y^2 + 10y + 25$

২. $x^2 - 2x - 3$ এবং $x^2 + 2x - 3$ এর গ.সা.গু. কত?

সমাধান:

প্রথম রাশি = $x^2 - 2x - 3$

$$= x^2 - 3x + x - 3 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= x(x - 3) + 1(x - 3) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (x + 1)(x - 3) \quad [\text{কমন}]$$

দ্বিতীয় রাশি = $x^2 + 2x - 3$

$$= x^2 + 3x - x - 3 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= x(x + 3) - 1(x + 3) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (x + 3)(x - 1) \quad [\text{কমন}]$$

কোনো সাধারণ বীজগাণিতিক উৎপাদক নেই।

অতএব গ.সা.গু. = 1

সঠিক উত্তর: গ) 1

৩. $x^2 - 10x + 21$ এবং $(x - 7)(x - 2)$ রাশি দুটির i, ii, iii যাচাই কর।

সমাধান:

প্রথম রাশি = $x^2 - 10x + 21$

$$= x^2 - 7x - 3x + 21 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= x(x - 7) - 3(x - 7) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (x - 7)(x - 3) \quad [\text{কমন}]$$

দ্বিতীয় রাশি = $(x - 7)(x - 2)$

গ.সা.গু. = $x - 7$ — i সঠিক।

ল.সা.গু. = $(x - 7)(x - 3)(x - 2)$, তাই ii-তে দেওয়া রাশি অসম্পূর্ণ — ii ভুল।

গুণফল = $(x - 7)(x - 7)(x - 3)(x - 2) = (x - 7)^2(x - 3)(x - 2)$ — iii সঠিক।

অতএব i ও iii সঠিক।

সঠিক উত্তর: গ) i ও iii

৪. $x + y = 5$ এবং $x - y = 3$ হলে xy -এর মান কত?

সমাধান:

দেওয়া আছে,

$$x + y = 5$$

$$\text{এবং } x - y = 3$$

$$\text{তাহলে, } xy = \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2 \quad [\text{সূত্র, } ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2]$$

$$= \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$= \frac{25}{4} - \frac{9}{4}$$

$$= \frac{25-9}{4}$$

$$= \frac{16}{4}$$

$$= 4$$

সঠিক উত্তর: ঘ) 4

৫. $x^2 - y^2$ এর মান কত?

সমাধান:

দেওয়া আছে,

$$x + y = 5$$

$$\text{এবং } x - y = 3$$

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) \quad [\text{সূত্র } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)]$$

$$= 5 \times 3$$

$$= 15$$

সঠিক উত্তর: গ) 15

চ. সৃজনশীল প্রশ্ন

৬. $P = 3x^2 - 5x + 2$, $Q = 3x^2 - 16x - 12$ এবং $R = 3x^2 - x - 2$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।

সমাধানঃ

ক) P-কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

$$\begin{aligned} P &= 3x^2 - 5x + 2 \\ &= 3x^2 - 3x - 2x + 2 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}] \\ &= 3x(x - 1) - 2(x - 1) \quad [\text{কমন}] \\ &= (3x - 2)(x - 1) \quad [\text{কমন}] \end{aligned}$$

খ) $P = 0$ এবং $x \neq 0$ হলে, $9x^2 + \frac{4}{x^2}$ -এর মান নির্ণয় কর।

$$P = 0 \text{ হলে, } 3x^2 - 5x + 2 = 0$$

উভয় পক্ষকে x দ্বারা ভাগ করি:

$$\frac{3x^2}{x} - \frac{5x}{x} + \frac{2}{x} = \frac{0}{x}$$

$$\text{বা, } 3x - 5 + \frac{2}{x} = 0$$

$$\text{বা, } 3x + \frac{2}{x} = 5$$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= 9x^2 + \frac{4}{x^2} \\ &= (3x)^2 + \left(\frac{2}{x}\right)^2 \\ &= \left(3x + \frac{2}{x}\right)^2 - 2 \cdot 3x \cdot \frac{2}{x} \quad [\text{সূত্র, } a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab] \\ &= 5^2 - 12 \quad [3x + \frac{2}{x} = 5, \text{ বসিয়ে}] \\ &= 25 - 12 \\ &= 13 \end{aligned}$$

গ) Q ও R -এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

$$Q = 3x^2 - 16x - 12$$

$$= 3x^2 - 18x + 2x - 12 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= 3x(x - 6) + 2(x - 6) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (3x + 2)(x - 6) \quad [\text{কমন}]$$

$$R = 3x^2 - x - 2$$

$$= 3x^2 - 3x + 2x - 2 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= 3x(x - 1) + 2(x - 1) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (3x + 2)(x - 1) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{অতএব ল.সা.গু.} = (3x + 2)(x - 6)(x - 1)$$

$$৭. a - \frac{1}{a} = 3 \text{ হলে,}$$

সমাধানঃ

ক) $(a + \frac{1}{a})^2$ -এর মান নির্ণয় কর।

$$(a + \frac{1}{a})^2$$

$$= (a - \frac{1}{a})^2 + 4 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \quad [\text{সূত্র, } (a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab]$$

$$= 3^2 + 4 \quad [a - \frac{1}{a} = 3 \text{ বসিয়ে}]$$

$$= 9 + 4$$

$$= 13$$

খ) প্রমাণ কর যে, $a^4 = 119 - \frac{1}{a^4}$

ক হতে,

$$\text{বা, } (a + \frac{1}{a})^2 = 13$$

$$\text{বা, } a^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = 13 \quad [\text{সূত্র } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2]$$

$$\text{বা, } a^2 + 2 + \frac{1}{a^2} = 13$$

$$\text{বা, } a^2 + \frac{1}{a^2} = 13 - 2$$

$$\text{বা, } a^2 + \frac{1}{a^2} = 11$$

$$\text{বা, } \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = 11^2 \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } (a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a^2} + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 = 121 \quad [\text{সূত্র } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2]$$

$$\text{বা, } a^4 + 2 + \frac{1}{a^4} = 121$$

$$\text{বা, } a^4 = 121 - 2 - \frac{1}{a^4}$$

$$\text{বা, } a^4 = 119 - \frac{1}{a^4}$$

গ) $a^5 - 1/a^5$ -এর মান নির্ণয় কর।

$$a^2 + \frac{1}{a^2}$$

$$= \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \quad [\text{সূত্র, } a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab]$$

$$= 13 - 2 \quad \left[\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 13, \text{ বসিয়ে}\right]$$

$$= 11$$

$$\text{আবার, } a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right) \quad [\text{সূত্র, } a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)]$$

$$= 3^3 + 3 \cdot 3 \quad \left[a - \frac{1}{a} = 3 \text{ বসিয়ে}\right]$$

$$= 27 + 9$$

$$\text{সুতরাং } a^3 - \frac{1}{a^3} = 36$$

$$\text{এখন, } a^5 - \frac{1}{a^5} = \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) \left(a^3 - \frac{1}{a^3}\right) - \left(a - \frac{1}{a}\right)$$

$$= 11 \cdot 36 - 3 \quad [\text{যেহেতু, } a^2 + \frac{1}{a^2} = 11, a^3 - \frac{1}{a^3} = 36, \text{ এবং } a - \frac{1}{a} = 3]$$

$$= 396 - 3$$

$$= 393 \quad [\text{নোট: } \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) \left(a^3 - \frac{1}{a^3}\right) - \left(a - \frac{1}{a}\right) = a^2 \cdot a^3 - a^2 \cdot \frac{1}{a^3} + \frac{1}{a^2} \cdot a^3 - \frac{1}{a^2} \cdot \frac{1}{a^3} - a + \frac{1}{a}]$$

$$a + \frac{1}{a} = a^5 + a - \frac{1}{a} - \frac{1}{a^5} - a + \frac{1}{a} = a^5 - \frac{1}{a^5}$$

ছ. সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন

৮(ক). $a + b = 10$ এবং $a - b = 6$ হলে $a^2 + b^2$ -এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান:

$$\begin{aligned} 2(a^2 + b^2) &= (a + b)^2 + (a - b)^2 \\ &= 10^2 + 6^2 \\ &= 100 + 36 \\ &= 136 \end{aligned}$$

$$\text{সুতরাং } a^2 + b^2 = \frac{136}{2} = 68$$

৮(খ). $x^2 + 6x + 8$ কে দুটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর।

সমাধান:

$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 8 \\ &= x^2 + 4x + 2x + 8 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}] \\ &= x(x + 4) + 2(x + 4) \quad [\text{কমন}] \\ &= (x + 4)(x + 2) \quad [\text{কমন}] \end{aligned}$$

ধরি, $x + 4 = a$, $x + 2 = b$

আমরা জানি,

$$ab = \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2$$

$$\text{সুতরাং } (x + 4)(x + 2) = \left\{\frac{(x+4)+(x+2)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{(x+4)-(x+2)}{2}\right\}^2$$

$$[a = x + 4, b = x + 2 \text{ বসিয়ে}]$$

$$= \left(\frac{x + 4 + x + 2}{2}\right)^2 - \left(\frac{x + 4 - x - 2}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{2x + 6}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2$$

$$= \left\{ \frac{2(x+3)}{2} \right\}^2 - 1^2$$

$$= (x+3)^2 - 1^2$$

তাহলে, $(x+4)(x+2) = (x+3)^2 - 1^2$

সুতরাং $x^2 + 6x + 8 = (x+3)^2 - 1^2$

বিকল্প সমাধানঃ

$$x^2 + 6x + 8$$

$$= x^2 + 6x + 9 - 1$$

$$= x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 - 1$$

$$= (x+3)^2 - 1^2 \quad [\text{সূত্র } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2]$$

৮(গ). $a + \frac{1}{a} = 3$ হলে $a^3 + \frac{1}{a^3}$ -এর মান নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) \quad [\text{সূত্র, } a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)]$$

$$= 3^3 - 3 \times 3 \quad \left[a + \frac{1}{a} = 3 \text{ বসিয়ে}\right]$$

$$= 27 - 9$$

$$= 18$$

৮(ঘ). $2x^2 - 9x - 35$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধানঃ

$$2x^2 - 9x - 35$$

$$= 2x^2 - 14x + 5x - 35 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= 2x(x-7) + 5(x-7) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (x-7)(2x+5) \quad [\text{কমন}]$$

৮(ঙ). $x^2 - 3x$ ও $x^2 - 9$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

$$\text{প্রথম রাশি} = x^2 - 3x$$

$$= x(x - 3) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = x^2 - 9$$

$$= x^2 - 3^2$$

$$= (x - 3)(x + 3) \quad [\text{সূত্র } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)]$$

$$\text{অতএব গ.সা.গু.} = x - 3$$

NAHARMATH.COM