

সপ্তম শ্রেণি – অনুশীলনী ৫.৪: বীজগণিতীয় রাশিমালা (ল.সা.গু. ও গ.সা.গু.)

ক. বহুনির্বাচনী প্রশ্ন (১ – ১১)

১. $(a - 5)$ এর বর্গ কোনটি?

(ক) $a^2 + 10a + 25$ (খ) $a^2 - 10a + 25$ (গ) $a^2 + 5a + 25$ (ঘ) $a^2 - 5a + 25$

সমাধান:

$$\begin{aligned}(a - 5)^2 &= a^2 - 2 \cdot a \cdot 5 + 5^2 \quad [\text{সূত্র } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2] \\ &= a^2 - 10a + 25\end{aligned}$$

সঠিক উত্তর: (খ) $a^2 - 10a + 25$

২. $(x + y)^2 + 2(x + y)(x - y) + (x - y)^2$ এর মান কোনটি?

(ক) $8x^2$ (খ) $8y^2$ (গ) $4x^2$ (ঘ) $4y^2$

সমাধান:

$$\begin{aligned}\text{ধরি, } x + y &= a \text{ এবং } x - y = b \\ \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 + 2ab + b^2 \\ &= (a + b)^2 \quad [\text{সূত্র } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2] \\ &= (x + y) + (x - y)^2 \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (x + y + x - y)^2 \\ &= (2x)^2 \\ &= 4x^2\end{aligned}$$

সঠিক উত্তর: (গ) $4x^2$

৩. $a + b = 4$ এবং $a - b = 2$ হলে, ab এর মান কত?

(ক) 3 (খ) 8 (গ) 12 (ঘ) 16

সমাধান:

দেওয়া আছে, $a + b = 4$ এবং $a - b = 2$

আমরা জানি,

$$ab = \left\{ \frac{(a+b)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(a-b)}{2} \right\}^2 \quad [\text{সূত্র}]$$

$$= \left(\frac{4}{2} \right)^2 - \left(\frac{2}{2} \right)^2$$

$$= 2^2 - 1^2$$

$$= 4 - 1$$

$$= 3$$

সঠিক উত্তর: (ক) 3

৪. একটি রাশি অপর একটি রাশি দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে, ভাজ্যকে ভাজকের কী বলা হয়?

(ক) ভাগফল (খ) ভাগশেষ (গ) গুণিতক (ঘ) গুণনীয়ক

সমাধান:

একটি রাশি অপর একটি রাশি দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে, ভাজ্যকে ভাজকের গুণিতক এবং ভাজককে ভাজ্যের গুণনীয়ক বা উৎপাদক বলা হয়।

সঠিক উত্তর: (গ) গুণিতক

৫. $2a$ ও $3b$ এর গ.সা.গু. কত?

(ক) 1 (খ) 6 (গ) ab (ঘ) $6ab$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = 2a = 2 \times a$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 3b = 3 \times b$$

রাশি দুটির সাধারণ কোনো মৌলিক উৎপাদক নেই, কেবল 1 ছাড়া।

অতএব গ.সা.গু. = 1

সঠিক উত্তর: (ক) 1

৬. $9x^2 - 25y^2$ এবং $15ax - 25ay$ এর ল.সা.গু কত?

(ক) $(3x + 5y)$ (খ) $(3x - 5y)$ (গ) $(9x^2 - 25y^2)$ (ঘ) $5a(9x^2 - 25y^2)$

সমাধান:

প্রথম রাশি = $9x^2 - 25y^2$

$$= (3x)^2 - (5y)^2$$

$$= (3x + 5y)(3x - 5y) \quad [\text{সূত্র } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)]$$

দ্বিতীয় রাশি = $15ax - 25ay$

$$= 5a(3x - 5y) \quad [\text{কমন}]$$

অতএব ল.সা.গু. = $5a(3x + 5y)(3x - 5y)$

$$= 5a(9x^2 - 25y^2)$$

সঠিক উত্তর: (ঘ) $5a(9x^2 - 25y^2)$

৭. x^3y^5 ও $a^2 - b^2$ এর গ.সা.গু কত?

(ক) x^3y^5 (খ) x^2a^2 (গ) xy^4 (ঘ) 1

সমাধান:

প্রথম রাশি = x^3y^5

দ্বিতীয় রাশি = $a^2 - b^2$

$$= (a + b)(a - b)$$

উভয় রাশির মধ্যে সাধারণ কোনো উৎপাদক নেই, কেবল 1 বিদ্যমান।

অতএব গ.সা.গু. = 1

সঠিক উত্তর: (ঘ) 1

৮. $x - \frac{1}{x} = 0$ হলে—

(i) $x = 1$

(ii) $x = -1$

(iii) $x = \pm 1$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

সমাধান:

দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 0$

বা, $\frac{x^2-1}{x} = 0$

বা, $x^2 - 1 = 0$

বা, $x^2 - 1 = 0$

বা, $x^2 = 1$

বা, $x = \pm\sqrt{1}$

বা, $x = \pm 1$

অর্থাৎ $x = 1$ অথবা $x = -1$ । সুতরাং (i), (ii) এবং (iii) তিনটি উক্তিই সঠিক।

সঠিক উত্তর: (ঘ) i, ii ও iii

৯. $a + \frac{1}{a} = 4$ হলে $a^2 - 4a + 1$ এর মান কত?

(ক) 4 (খ) 3 (গ) 2 (ঘ) 0

সমাধান:

দেওয়া আছে, $a + \frac{1}{a} = 4$

উভয় পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে পাই:

$a \cdot a + a \cdot \frac{1}{a} = 4 \cdot a$

বা, $a^2 + 1 = 4a$

বা, $a^2 - 4a + 1 = 0$

সঠিক উত্তর: (ঘ) 0

১০. $(a + 5)$ এর বর্গ কোনটি?

(ক) $a^2 + 10a + 25$ (খ) $a^2 - 10a + 25$ (গ) $a^2 + 5a + 25$ (ঘ) $a^2 + 5a - 25$

সমাধান:

$$\begin{aligned}(a + 5)^2 &= a^2 + 2 \cdot a \cdot 5 + 5^2 \quad [\text{সূত্র}(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2] \\ &= a^2 + 10a + 25\end{aligned}$$

সঠিক উত্তর: (ক) $a^2 + 10a + 25$

১১. $a + b = 8, a - b = 4$ হলে $ab =$ কত?

(ক) 8 (খ) 10 (গ) 12 (ঘ) 18

সমাধান:

দেওয়া আছে, $a + b = 8$ এবং $a - b = 4$

আমরা জানি,

$$\begin{aligned}ab &= \left\{ \frac{(a+b)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(a-b)}{2} \right\}^2 \quad [\text{সূত্র}] \\ &= \left(\frac{8}{2} \right)^2 - \left(\frac{4}{2} \right)^2 \\ &= 4^2 - 2^2 \\ &= 16 - 4 \\ &= 12\end{aligned}$$

সঠিক উত্তর: (গ) 12

খ. গ.সা.গু. নির্ণয় করো (১২ – ২১)

১২. $3a^3b^2c, 6ab^2c^2$

সমাধান:

প্রথম রাশি $= 3a^3b^2c$

$$= 3 \times a \times a \times a \times b \times b \times c$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 6ab^2c^2$$

$$= 2 \times 3 \times a \times b \times b \times c \times c$$

$$\text{অতএব গ.সা.গু.} = 3 \times a \times b \times b \times c$$

$$= 3ab^2c$$

$$\text{১৩. } 5ab^2x^2, 10a^2by^2$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = 5ab^2x^2$$

$$= 5 \times a \times b \times b \times x \times x$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 10a^2by^2$$

$$= 2 \times 5 \times a \times a \times b \times y \times y$$

$$\text{অতএব গ.সা.গু.} = 5ab$$

$$\text{১৪. } 3a^2x^2, 6axy^2, 9ay^2$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = 3a^2x^2$$

$$= 3 \times a \times a \times x \times x$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 6axy^2$$

$$= 2 \times 3 \times a \times x \times y \times y$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = 9ay^2$$

$$= 3 \times 3 \times a \times y \times y$$

$$\text{অতএব গ.সা.গু.} = 3a$$

$$\text{১৫. } 16a^3x^4y, 40a^2y^3x, 28ax^3$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = 16a^3x^4y$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times a \times a \times a \times x \times x \times x \times x \times y$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 40a^2y^3x$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times a \times a \times x \times y \times y \times y$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = 28ax^3$$

$$= 2 \times 2 \times 7 \times a \times x \times x \times x$$

$$\text{অতএব গ.সা.গু.} = 4ax$$

$$১৬. a^2 + ab, a^2 - b^2$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = a^2 + ab$$

$$= a(a + b) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = a^2 - b^2$$

$$= (a + b)(a - b) \quad [\text{সূত্র } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)]$$

$$\text{অতএব গ.সা.গু.} = (a + b)$$

$$১৭. x^3y - xy^3, (x - y)^2$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = x^3y - xy^3$$

$$= xy(x^2 - y^2) \quad [\text{কমন}]$$

$$= xy(x + y)(x - y) \quad [\text{সূত্র } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)]$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = (x - y)^2$$

$$= (x - y)(x - y)$$

$$\text{অতএব গ.সা.গু.} = (x - y)$$

$$১৮. x^2 + 7x + 12, x^2 + 9x + 20$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = x^2 + 7x + 12$$

$$= x^2 + 4x + 3x + 12 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= x(x + 4) + 3(x + 4) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (x + 4)(x + 3) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = x^2 + 9x + 20$$

$$= x^2 + 5x + 4x + 20 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= x(x + 5) + 4(x + 5) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (x + 5)(x + 4) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{অতএব গ.সা.গু.} = (x + 4)$$

$$১৯. a^3 - ab^2, a^4 + 2a^3b + a^2b^2$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = a^3 - ab^2$$

$$= a(a^2 - b^2) \quad [\text{কমন}]$$

$$= a(a + b)(a - b) \quad [\text{সূত্র } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)]$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = a^4 + 2a^3b + a^2b^2$$

$$= a^2(a^2 + 2ab + b^2) \quad [\text{কমন}]$$

$$= a^2(a + b)^2 \quad [\text{সূত্র } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2]$$

$$= a \cdot a(a + b)(a + b)$$

$$\text{অতএব গ.সা.গু.} = a(a + b)$$

$$২০. a^2 - 16, 3a + 12, a^2 + 5a + 4$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = a^2 - 16$$

$$= a^2 - 4^2$$

$$= (a + 4)(a - 4) \quad [\text{সূত্র } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)]$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 3a + 12$$

$$= 3(a + 4) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = a^2 + 5a + 4$$

$$= a^2 + 4a + a + 4 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= a(a + 4) + 1(a + 4) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (a + 4)(a + 1) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{অতএব গ.সা.গু.} = (a + 4)$$

$$২১. xy - y, x^3y - xy, x^2 - 2x + 1$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = xy - y$$

$$= y(x - 1) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = x^3y - xy$$

$$= xy(x^2 - 1) \quad [\text{কমন}]$$

$$= xy(x + 1)(x - 1) \quad [\text{সূত্র } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)]$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = x^2 - 2x + 1$$

$$= x^2 - 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2$$

$$= (x - 1)^2 \quad [\text{সূত্র } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2]$$

$$= (x - 1)(x - 1)$$

$$\text{অতএব গ.সা.গু.} = (x - 1)$$

গ. ল.সা.গু. নির্ণয় করো (২২ - ৩১)

$$২২. 6a^3b^2c, 9a^4bd^2$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = 6a^3b^2c$$

$$= 2 \times 3 \times a \times a \times a \times b \times b \times c$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 9a^4bd^2$$

$$= 3 \times 3 \times a \times a \times a \times a \times b \times d \times d$$

$$\begin{aligned}\text{অতএব ল.সা.গু.} &= 2 \times 3 \times 3 \times a \times a \times a \times a \times b \times b \times c \times d \times d \\ &= 18a^4b^2cd^2\end{aligned}$$

$$২৩. 5x^2y^2, 10xz^3, 15y^3z^4$$

সমাধান:

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= 5x^2y^2 \\ &= 5 \times x \times x \times y \times y\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= 10xz^3 \\ &= 2 \times 5 \times x \times z \times z \times z\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= 15y^3z^4 \\ &= 3 \times 5 \times y \times y \times y \times z \times z \times z \times z\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{অতএব ল.সা.গু.} &= 2 \times 3 \times 5 \times x \times x \times y \times y \times y \times z \times z \times z \times z \\ &= 30x^2y^3z^4\end{aligned}$$

$$২৪. 2p^2xy^2, 3pq^2, 6pqx^2$$

সমাধান:

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= 2p^2xy^2 \\ &= 2 \times p \times p \times x \times y \times y\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= 3pq^2 \\ &= 3 \times p \times q \times q\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= 6pqx^2 \\ &= 2 \times 3 \times p \times q \times x \times x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{অতএব ল.সা.গু.} &= 2 \times 3 \times p \times p \times q \times q \times x \times x \times y \times y \\ &= 6p^2q^2x^2y^2\end{aligned}$$

$$২৫. (b^2 - c^2), (b + c)^2$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = b^2 - c^2$$

$$= (b + c)(b - c) \quad [\text{সূত্র } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)]$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = (b + c)^2 = (b + c)(b + c)$$

$$\text{অতএব ল.সা.গু.} = (b + c)(b + c)(b - c)$$

$$= (b + c)^2(b - c)$$

$$\mathbf{২৬.} \quad x^2 + 2x, x^2 + 3x + 2$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = x^2 + 2x$$

$$= x(x + 2) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = x^2 + 3x + 2$$

$$= x^2 + 2x + x + 2 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= x(x + 2) + 1(x + 2) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (x + 2)(x + 1) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{অতএব ল.সা.গু.} = x(x + 1)(x + 2)$$

$$\mathbf{২৭.} \quad 9x^2 - 25y^2, 15ax - 25ay$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = 9x^2 - 25y^2$$

$$= (3x)^2 - (5y)^2$$

$$= (3x + 5y)(3x - 5y) \quad [\text{সূত্র } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)]$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 15ax - 25ay$$

$$= 5a(3x - 5y) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{অতএব ল.সা.গু.} = 5a(3x + 5y)(3x - 5y)$$

$$= 5a(9x^2 - 25y^2)$$

$$\mathbf{২৮.} \quad x^2 - 3x - 10, x^2 - 10x + 25$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = x^2 - 3x - 10$$

$$= x^2 - 5x + 2x - 10 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= x(x - 5) + 2(x - 5) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (x - 5)(x + 2) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = x^2 - 10x + 25$$

$$= x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2$$

$$= (x - 5)^2 \quad [\text{সূত্র } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2]$$

$$= (x - 5)(x - 5)$$

$$\text{অতএব ল.সা.গু.} = (x + 2)(x - 5)(x - 5)$$

$$= (x + 2)(x - 5)^2$$

$$২৯. a^2 - 7a + 12, a^2 + a - 20, a^2 + 2a - 15$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = a^2 - 7a + 12$$

$$= a^2 - 4a - 3a + 12 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= a(a - 4) - 3(a - 4) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (a - 4)(a - 3) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = a^2 + a - 20$$

$$= a^2 + 5a - 4a - 20 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= a(a + 5) - 4(a + 5) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (a + 5)(a - 4) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = a^2 + 2a - 15$$

$$= a^2 + 5a - 3a - 15 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= a(a + 5) - 3(a + 5) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (a + 5)(a - 3) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{অতএব ল.সা.গু.} = (a - 3)(a - 4)(a + 5)$$

$$\text{৩০. } x^2 - 8x + 15, x^2 - 25, x^2 + 2x - 15$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = x^2 - 8x + 15$$

$$= x^2 - 5x - 3x + 15 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= x(x - 5) - 3(x - 5) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (x - 5)(x - 3) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = x^2 - 25$$

$$= x^2 - 5^2$$

$$= (x + 5)(x - 5) \quad [\text{সূত্র } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)]$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = x^2 + 2x - 15$$

$$= x^2 + 5x - 3x - 15 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= x(x + 5) - 3(x + 5) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (x + 5)(x - 3) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{অতএব ল.সা.গু.} = (x - 3)(x - 5)(x + 5)$$

$$= (x - 3)(x^2 - 25)$$

$$\text{৩১. } x + 5, x^2 + 5x, x^2 + 7x + 10$$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = x + 5$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = x^2 + 5x$$

$$= x(x + 5) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = x^2 + 7x + 10$$

$$= x^2 + 5x + 2x + 10 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= x(x + 5) + 2(x + 5) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (x + 5)(x + 2) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{অতএব ল.সা.গু.} = x(x + 2)(x + 5)$$

ঘ. সৃজনশীল প্রশ্ন (৩২ – ৩৩)

৩২. $a = 2x - 3$ এবং $b = 2x + 5$

(ক) $a + b$ এর মান নির্ণয় করো।

(খ) সূত্রের সাহায্যে a^2 এর মান নির্ণয় করো।

(গ) সূত্রের সাহায্যে a ও b এর গুণফল নির্ণয় করো। $x = 2$ হলে, $ab =$ কত?

সমাধানঃ

(ক) দেওয়া আছে, $a = 2x - 3$ এবং $b = 2x + 5$

$$a + b = (2x - 3) + (2x + 5)$$

$$= 2x - 3 + 2x + 5$$

$$= 4x + 2$$

অতএব, $a + b = 4x + 2$

(খ) দেওয়া আছে, $a = 2x - 3$

$$a^2 = (2x - 3)^2$$

$$= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 \quad [\text{সূত্র } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2]$$

$$= 4x^2 - 12x + 9$$

অতএব, $a^2 = 4x^2 - 12x + 9$

(গ) a ও b এর গুণফল, $ab = (2x - 3)(2x + 5)$

আমরা জানি, $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ [সূত্র]

তাহলে, $(2x - 3)(2x + 5)$

$$= (2x)^2 + \{(-3) + 5\}(2x) + (-3)(5)$$

$$= 4x^2 + (2)(2x) - 15$$

$$= 4x^2 + 4x - 15$$

এখন, $x = 2$ হলে,

$$ab = 4(2)^2 + 4(2) - 15$$

$$= 4(4) + 8 - 15$$

$$= 16 + 8 - 15$$

$$= 24 - 15$$

$$= 9$$

অতএব, $ab = 4x^2 + 4x - 15$ এবং $x = 2$ হলে $ab = 9$

৩৩. $x^2 - 3x - 10$, $x^3 + 6x^2 + 8x$ এবং $x^4 - 5x^3 - 14x^2$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

(ক) $(3x - 2y + z)$ এর বর্গ নির্ণয় করো।

(খ) ১ম ও ২য় রাশির গ.সা.গু. নির্ণয় করো।

(গ) রাশি তিনটির ল.সা.গু. নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

(ক) $(3x - 2y + z)^2$

$$= (3x)^2 + (-2y)^2 + z^2 + 2(3x)(-2y) + 2(-2y)(z) + 2(z)(3x)$$

$$[\text{সূত্র } (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca]$$

$$= 9x^2 + 4y^2 + z^2 - 12xy - 4yz + 6zx$$

(খ) ১ম রাশি $= x^2 - 3x - 10$

$$= x^2 - 5x + 2x - 10 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= x(x - 5) + 2(x - 5) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (x - 5)(x + 2) \quad [\text{কমন}]$$

২য় রাশি $= x^3 + 6x^2 + 8x$

$$\begin{aligned}
&= x(x^2 + 6x + 8) && \text{[কমন]} \\
&= x(x^2 + 4x + 2x + 8) && \text{[মিডল টার্ম ব্রেক]} \\
&= x\{x(x + 4) + 2(x + 4)\} && \text{[কমন]} \\
&= x(x + 4)(x + 2) && \text{[কমন]}
\end{aligned}$$

অতএব ১ম ও ২য় রাশির গ.সা.গু. = $(x + 2)$

(গ) (খ) হতে প্রাপ্ত,

$$১ম রাশি = (x - 5)(x + 2)$$

$$২য় রাশি = x(x + 4)(x + 2)$$

$$\begin{aligned}
৩য় রাশি &= x^4 - 5x^3 - 14x^2 \\
&= x^2(x^2 - 5x - 14) && \text{[কমন]} \\
&= x^2(x^2 - 7x + 2x - 14) && \text{[মিডল টার্ম ব্রেক]} \\
&= x^2x(x - 7) + 2(x - 7) && \text{[কমন]} \\
&= x^2(x - 7)(x + 2) && \text{[কমন]}
\end{aligned}$$

অতএব রাশি তিনটির ল.সা.গু. = $x^2(x + 2)(x - 5)(x + 4)(x - 7)$

ঙ. অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর (সংযোজন)

১. $a, a^2, a(a + b)$ এর সর্বোচ্চ সাধারণ গুণনীয়ক কোনটি?

(ক) a (খ) a^2 (গ) $a(a + b)$ (ঘ) $a^2(a + b)$

সমাধান:

প্রথম রাশি = a

দ্বিতীয় রাশি = $a^2 = a \times a$

তৃতীয় রাশি = $a(a + b)$

তিনটি রাশিরই সাধারণ উৎপাদক = a

সঠিক উত্তর: (ক) a

২. $x = a + 7$ ও $y = a - 7$ হলে—

(i) $x - y = 14$

(ii) $xy = a^2 - 49$

(iii) $y^2 = a^2 + 14a + 49$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

সমাধান:

(i) $x - y = (a + 7) - (a - 7) = a + 7 - a + 7 = 14$ (সঠিক)

(ii) $xy = (a + 7)(a - 7) = a^2 - 7^2 = a^2 - 49$ (সঠিক)

(iii) $y^2 = (a - 7)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot 7 + 7^2 = a^2 - 14a + 49$ (এখানে $+14a$ দেওয়া আছে, তাই ভুল)

সঠিক উত্তর: (ক) i ও ii

উদীপকের আলোকে ৩ ও ৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$(x^3y - xy^3)$ ও $(x - y)(x + 2y)$ দুটি বীজগণিতীয় রাশি।

৩. প্রথম রাশির উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ নিচের কোনটি?

(ক) $(x + y)(x - y)$ (খ) $x(x + y)(x - y)$ (গ) $y(x + y)(x - y)$ (ঘ) $xy(x + y)(x - y)$

সমাধান:

প্রথম রাশি = $x^3y - xy^3$

= $xy(x^2 - y^2)$ [কমন]

= $xy(x + y)(x - y)$ [সূত্র $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$]

সঠিক উত্তর: (ঘ) $xy(x + y)(x - y)$

৪. বীজগণিতীয় রাশি দুটির ল.সা.গু. নিচের কোনটি?

(ক) $x(x+y)(x-y)$ (খ) $y(x+y)(x-y)$ (গ) $xy(x^2-y^2)(x+2y)$ (ঘ) $xy(x+y)(x+2y)$

সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = xy(x+y)(x-y)$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = (x-y)(x+2y)$$

$$\text{ল.সা.গু.} = xy(x+y)(x-y)(x+2y)$$

$$= xy(x^2-y^2)(x+2y)$$

সঠিক উত্তর: (গ) $xy(x^2-y^2)(x+2y)$

৫. $x^4 - 625$ এবং $x^2 + 3x - 10$ দুটি বীজগণিতীয় রাশি।

(ক) সূত্রের সাহায্যে $(m^2 - 3)$ ও $(m^2 + 3)$ এর গুণফল নির্ণয় করো।

(খ) রাশি দুটির গ.সা.গু. নির্ণয় করো।

(গ) রাশি দুটির ল.সা.গু. নির্ণয় করো।

সমাধান:

$$(ক) (m^2 - 3)(m^2 + 3)$$

$$= (m^2)^2 - 3^2 \quad [\text{সূত্র } (a-b)(a+b) = a^2 - b^2]$$

$$= m^4 - 9$$

$$(খ) \text{প্রথম রাশি} = x^4 - 625$$

$$= (x^2)^2 - 25^2$$

$$= (x^2 + 25)(x^2 - 25) \quad [\text{সূত্র } a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)]$$

$$= (x^2 + 25)(x^2 - 5^2)$$

$$= (x^2 + 25)(x + 5)(x - 5) \quad [\text{সূত্র } a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)]$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = x^2 + 3x - 10$$

$$= x^2 + 5x - 2x - 10 \quad [\text{মিডল টার্ম ব্রেক}]$$

$$= x(x + 5) - 2(x + 5) \quad [\text{কমন}]$$

$$= (x + 5)(x - 2) \quad [\text{কমন}]$$

$$\text{অতএব রাশি দুটির গ.সা.গু.} = (x + 5)$$

(গ) (খ) হতে প্রাপ্ত উৎপাদকসমূহ,

$$\text{প্রথম রাশি} = (x^2 + 25)(x + 5)(x - 5)$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = (x + 5)(x - 2)$$

$$\text{অতএব রাশি দুটির ল.সা.গু.} = (x^2 + 25)(x + 5)(x - 5)(x - 2)$$

$$= (x^4 - 625)(x - 2)$$

৬. সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্নঃ

(ক) $9x^2 - 24x + 16$ -কে $(a - b)^2$ আকারে প্রকাশ করো।

(খ) $a - b = 5$ এবং $a^2 + b^2 = 37$ হলে, ab -এর মান নির্ণয় করো।

(গ) সূত্র প্রয়োগ করে $(ab - bc + ca)$ -এর বর্গ নির্ণয় করো।

(ঘ) $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ হলে, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ -এর মান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

$$(ক) 9x^2 - 24x + 16$$

$$= (3x)^2 - 2 \cdot (3x) \cdot (4) + 4^2$$

$$= (3x - 4)^2 \quad [\text{সূত্র } a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2]$$

$$\text{নির্ণেয় রূপ: } (3x - 4)^2$$

(খ) দেওয়া আছে, $a - b = 5$ এবং $a^2 + b^2 = 37$

$$\text{আমরা জানি, } a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

$$\text{বা, } 37 = 5^2 + 2ab$$

$$\text{বা, } 37 = 25 + 2ab$$

$$\text{বা, } 25 + 2ab = 37$$

$$\text{বা, } 2ab = 37 - 25$$

$$\text{বা, } 2ab = 12$$

$$\text{বা, } ab = \frac{12}{2}$$

$$\text{বা, } ab = 6$$

$$\text{অতএব, } ab = 6$$

$$\text{(গ) } (ab - bc + ca)^2$$

$$= \{ab + (-bc) + ca\}^2$$

$$= (ab)^2 + (-bc)^2 + (ca)^2 + 2(ab)(-bc) + 2(-bc)(ca) + 2(ca)(ab)$$

$$[\text{সূত্র } (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca]$$

$$= a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 - 2ab^2c - 2abc^2 + 2a^2bc$$

$$\text{(ঘ) দেওয়া আছে, } x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 7 \quad [\text{সূত্র } a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab]$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 7$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 7 - 2$$

$$\text{অতএব, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 5$$